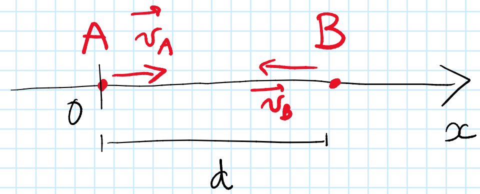
# Solución parcial 1

viernes, 6 de marzo de 2020 9:45 a. m.

I




Con el origen en la posición inicial de Alicia (A) tenemos

$$x_A(t) = \frac{1}{2} a t^2$$

$$x_B(t) = -vt + d$$

Al encontrarse en un tiempo $t_1$ tenemos $x_A(t_1) = x_B(t_1)$

$$\frac{1}{2} a t_1^2 = -vt_1 + d$$

$$\frac{1}{2} a t_1^2 + vt_1 - d = 0$$

$$t_1 = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2ad}}{a}$$

La solución con el signo − es negativa, corresponde al tiempo anterior al inicio

La solución físicamente aceptable es con el signo +

$$\boxed{t_1 = -\frac{v}{a} + \sqrt{\left(\frac{v}{a}\right)^2 + \frac{2d}{a}}}$$

La distancia recorrida por Alice es $x_A(t_1)$

$$\boxed{x_A(t_1) = \frac{1}{2} a \left(\frac{-v}{a} + \sqrt{\left(\frac{v}{a}\right)^2 + \frac{2d}{a}}\right)^2}$$

2) Analisis dimensional

Miremos cada término de $t_1$

$$\left[-\frac{v}{a}\right] = \frac{L/T}{L/T^2} = T$$

$$\left[-\frac{v}{a}\right] = \frac{L/T}{L/T^2} = T$$

$$\left[\frac{v^2}{a^2}\right] = T^2 \quad y \quad \left[\frac{2d}{a}\right] = \frac{L}{L/T^2} = T^2$$

$$\left[\sqrt{\frac{v^2}{a^2} + \frac{2d}{a}}\right] = \sqrt{T^2} = T$$

Las dimensiones son correctas para $t_1$ (tiempo)

$$\left[x_A\right] = \left[\frac{1}{2}\, a\, t_1^2\right] = \frac{L}{T^2} T^2 = L \quad \text{correcto.}$$

3) $$t_1 = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2ad}}{a}$$

$$t_1 = \frac{-2{,}00\,m/s + \sqrt{(2{,}00\,m/s)^2 + 2 \times 0{,}0500\,m/s^2 \times 50{,}0\,m}}{0{,}0500\,m/s^2}$$

$$t_1 = \frac{-2{,}00\,m/s + \sqrt{\left(4{,}00 + 2 \times \frac{1}{10}\,\frac{1}{2} \times 50{,}0\right) m^2/s^2}}{\frac{1}{10 \times 2}\,m/s^2}$$

$$t_1 = \frac{-2{,}00\,m/s + \sqrt{9{,}00\,m^2/s^2}}{m/s^2} \times 2 \times 10$$

$$t_1 = \left(-2{,}00 \quad + 3{,}00 \quad\right) \times 2 \times 10\ s$$

$$\boxed{t_1 = 20{,}0\ s}$$

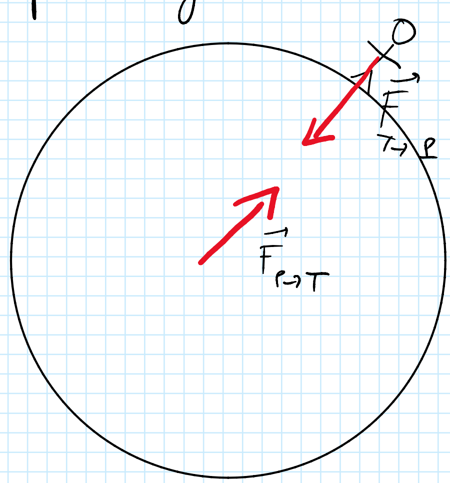
$$x_A = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2}\, 0{,}0500\ m/s^2 \times (2\times10)^2 s^2$$

$$x_A = \frac{1}{2}\,\frac{1}{2\times10}\,4\times10^2\ m$$

$$\boxed{x_A = 10{,}0\ m}$$

II

1) El peso de la persona es la fuerza de gravitación ejercida por la Tierra sobre ella. Por lo tanto la "reacción" es la fuerza de gravitación que la persona ejerce sobre la Tierra.




2) La bascula muestra indica la fuerza normal que la persona ejerce sobre ella. Por equilibrio de fuerzas ésta es igual en magnitud al peso de la persona.
Por lo tanto en la Luna, la persona "perdió peso" y su masa se mantiene igual. Esto es debido a que la fuerza gravitacional que ejerce la Luna sobre la persona es menor que la que ejercía

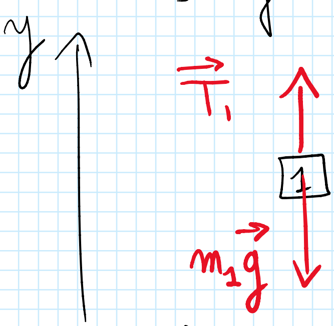
que ejerce la Luna sobre la persona es menor que la que ejercía la Tierra porque la Luna tiene menor masa que la Tierra.

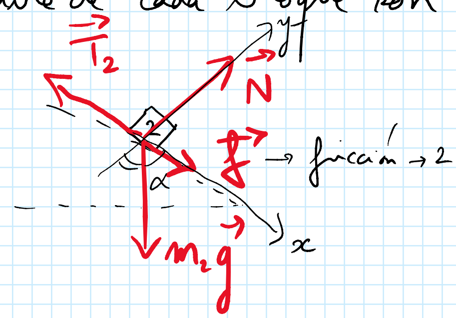
3) $g_{Luna} = \frac{1}{6} g_{Tierra}$

4) No es correcto pues el vector velocidad está cambiando de dirección y $\vec{a} \neq 0$.

## III

1) Trabajando en el marco de referencia inercial en que el suelo está quieto, los diagramas de cuerpo libre de cada bloque son:




$$\vec{T}_1 + m_1\vec{g} = m_1\vec{a}_1 = 0$$

en y: $T_1 - m_1 g = 0 \quad (1)$

$$\vec{T}_2 + \vec{N} + \vec{f} + m_2\vec{g} = m_2\vec{a}_2 = 0$$

En x: $f - T_2 + m_2 g \cos\alpha = 0 \quad (2)$

En y: $N - m_2 g \sin\alpha = 0 \quad (3)$

Suponiendo la cuerda y polea ideales tenemos $T_1 = T_2 = T$

De (1) $\boxed{T = m_1 g}$, remplazando en (2): $\boxed{f = (m_1 - m_2\cos\alpha)g}$

y de (3): $\boxed{N = m_2 g \sin\alpha}$

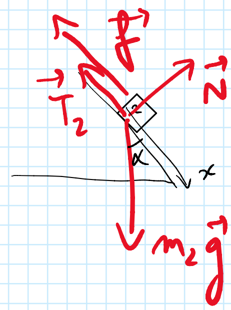
La condición para no resbalar es $f \leq \mu_s N$

$$(m_1 - m_2\cos\alpha)g \leq \mu_s m_2 g \sin\alpha$$

$$(m_1 - m_2\cos\alpha)\, g \le \mu_s\, m_2\, g \sin\alpha$$

$$\boxed{m_1 \le m_2(\mu_s \sin\alpha + \cos\alpha) = m_{max}}$$

2) Si $m_1$ es pequeña, la caja 2 tiene tendencia a deslizar hacia abajo por lo tanto la fricción va ahora hacia arriba del plano inclinado.




Eso cambia el signo de $f$ en la ecuación (2)

$$-f - T_2 + m_2 g\cos\alpha = 0$$

$$\boxed{f = (m_2\cos\alpha - m_1)\, g}$$

La condición de no deslizamiento ahora da:

$$(m_2\cos\alpha - m_1)\, g \le \mu_s\, m_2\, g\sin\alpha$$

$$-m_1 \le m_2(\mu_s \sin\alpha - \cos\alpha)$$

$$\boxed{m_1 \geq m_2(\cos\alpha - \mu_s \sin\alpha) = m_{min}}$$

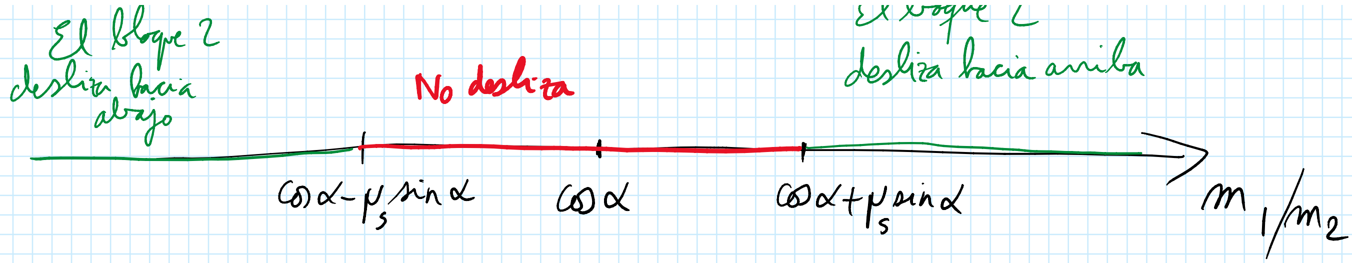
En resumen, la masa $m_1$ debe estar en el siguiente intervalo para que el bloque 2 no resbale ni hacia arriba ni hacia abajo:

$$\boxed{m_2(\cos\alpha - \mu_s \sin\alpha) \le m_1 \le m_2(\cos\alpha + \mu_s \sin\alpha)}$$

El bloque 2 desliza hacia

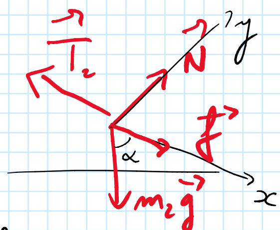
No desliza

El bloque 2 desliza hacia arriba

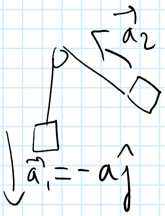



3) Ahora $m_1 > m_2(\cos\alpha + \mu_s \sin\alpha)$

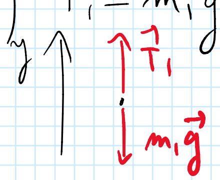
Las leyes de Newton son ahora




$\vec{a}_2 = -a\,\hat{\imath}$




(1) $T_1 - m_1 g = -m_1 a$




(el bloque 1 baja)

(2) $+f - T_2 + m_2 g\cos\alpha = -m_2 a$

(3) $N - m_2 g \sin\alpha = 0$

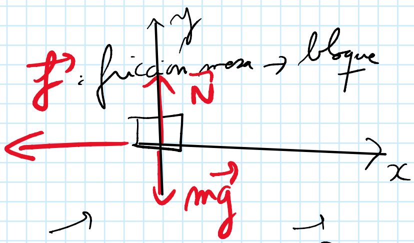
$T_1 = T_2$ y $f = \mu_k N = \mu_k m_2 g \sin\alpha$

De (1) $T = m_1(g-a)$ en (2): $+\mu_k m_2 g \sin\alpha - m_1(g-a) + m_2 g\cos\alpha = -m_2 a$

$$g(+\mu_k m_2 \sin\alpha - m_1 + m_2\cos\alpha) = -(m_2+m_1)\,a$$

$$\boxed{a = \frac{-m_2(\cos\alpha + \mu_k \sin\alpha) + m_1}{m_2 + m_1}\,g}$$

IV Ⓐ 1)

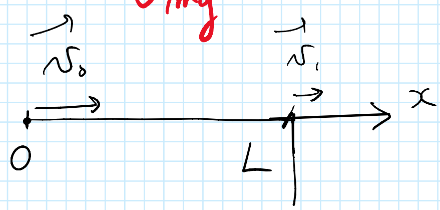



$\vec{f} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$ $\quad \vec{a} = a_x\,\hat{\imath}$

$-f = +ma_x$ $\quad$ además $f = \mu N$

$N = mg$ $\quad ma_x = \mu m g$ $\quad \boxed{a_x = -\mu g}$

2)




Con el origen en la posición inicial tenemos

$$\begin{cases} v = -\mu g t + v_0 \\ x = -\frac{1}{2}\mu g t^2 + v_0 t \end{cases}$$

Cuando llega al borde de la mesa tenemos $t = t_1$ y $x(t_1) = L$

Cuando llega al borde de la mesa tenemos $t=t_2$ y $x(t_1)=L$

y queremos que $v(t_1) \geq 0$

Mirando el caso límite cuando $v(t_1) = 0 = -\mu g t_1 + v_{min}$
y $v_0 = v_{min}$

$$t_1 = \frac{v_{min}}{\mu g}$$

Remplazando en $x(t_1) = -\frac{1}{2}\mu g\left(\frac{v_0}{\mu g}\right)^2 + v_0\left(\frac{v_0}{\mu g}\right) = L$

$$\frac{v_{min}^2}{2\mu g} = L$$

$$\boxed{v_{min} = \sqrt{2\mu g L}}$$

3) Si $v_0 > v_{min}$ tenemos:

$$x(t) = -\frac{1}{2} g\mu t^2 + v_0 t$$

En $t = t_1$ $x(t_1) = L$

$$L = -\frac{1}{2} g\mu t_1^2 + v_0 t$$

$$\frac{1}{2} g\mu t_1^2 - v_0 t_1 + L = 0$$

$$\boxed{t_1 = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2g\mu L}}{g\mu}}$$

La solución de signo − da el primer tiempo en que llega al borde

$$v_1 = v(t_1) = -g\mu t_1 + v_0 = -\left(v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2g\mu L}\right) + v_0$$

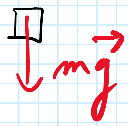
$$\boxed{v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2g\mu L} = \sqrt{v_0^2 - v_{min}^2}}$$

(B) Cayendo

i)

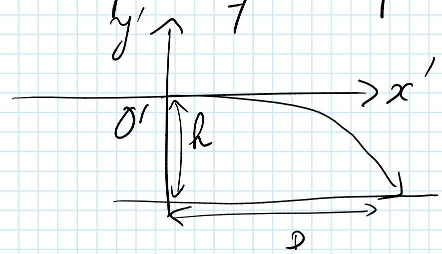
Ⓑ Cayendo

1)




$$m\vec{g} = m\vec{a} \qquad \boxed{\vec{a} = \vec{g}}$$

2) Pongamos ahora un sistema de coordenadas con el origen $O'$ en el borde de la mesa y contamos el tiempo $t'$ desde que empieza la caida $(t' = t - t_1)$




Las ecuaciones de movimiento son:

$$\begin{cases} x' = v_1 t' \\ y' = -\frac{1}{2} g t'^2 \end{cases}$$

Cae al suelo en un tiempo $t' = t_2'$ tal que $y'(t_2') = -h$

$$-h = -\frac{1}{2} g t_2'^2 \qquad \boxed{t_2' = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

$$D = \boxed{x'(t_2') = v_1 \sqrt{\frac{2h}{g}}} = \sqrt{(v_0^2 - v_{min}^2)\frac{2h}{g}}$$

$$\boxed{D = \sqrt{(v_0^2 - 2\mu g L)\frac{2h}{g}}}$$