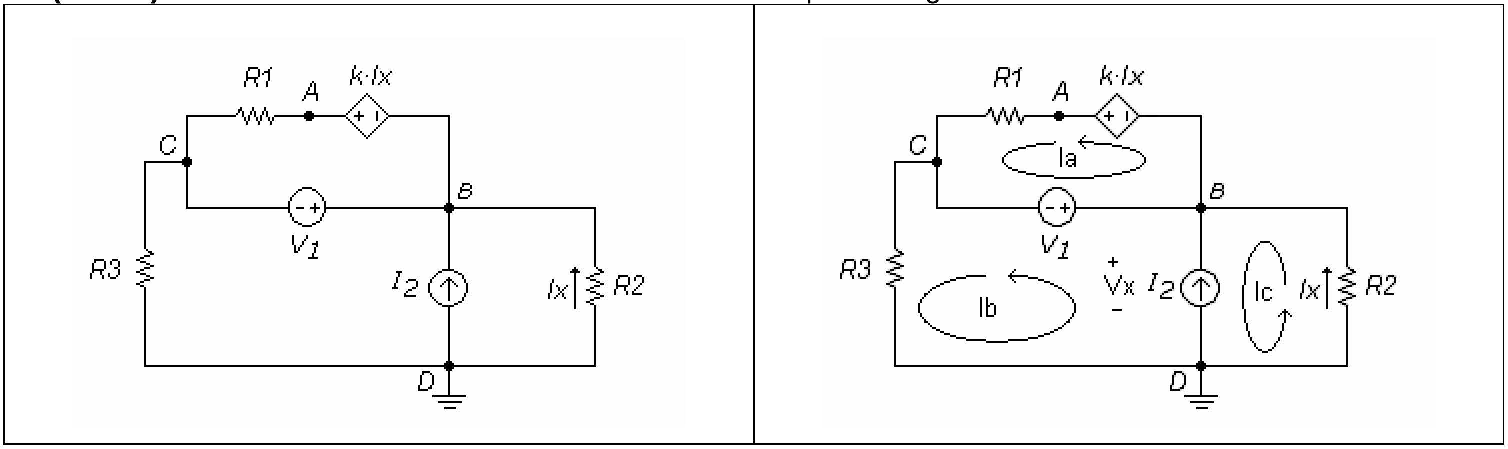
PARCIAL 1 - FUNDAMENTOS DE CIRCUITOS - Sec. Antonio Salazar- 09/09/2005

NOMBRE: ____ CODIGO: ____________________
DURACION: 80 MIN. NO SE PERMITE EL USO DE APUNTES NI LIBROS.

1. **(20/100)** Escribir ecuaciones de mallas en forma matricial para el siguiente circuito.



Solución:

$$I_c = I_x$$
$$Vx = V_{BD}$$

Malla a:	Malla b:	Malla c:
$V_{BA} + V_{AC} + V_{CB} = 0$ $-kI_x + R_1 I_a - V_1 = 0$ $-kI_c + R_1 I_a - V_1 = 0$ $R_1 I_a - kI_c = V_1$	$V_{CD} + V_{DB} + V_{BC} = 0$ $R_3 I_b - V_x + V_1 = 0$ $R_3 I_b - V_x = -V_1$	$V_{DB} + V_{BD} = 0$ $R_2 I_c + V_x = 0$ $V_x = -R_2 I_c$

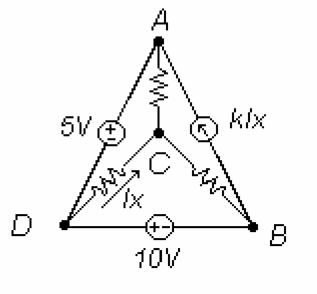
Reemplazando este valor de Vx en la malla b tenemos:

$$R_3 I_b - V_x = -V_1$$
$$R_3 I_b - (-R_2 I_c) = -V_1$$
$$R_3 I_b + R_2 I_c = -V_1$$

En forma matricial tenemos:

$$\begin{bmatrix} R_1 & 0 & k \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & R_3 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \\ -V_1 \end{bmatrix}$$

2. **(20/100)** Escribir las ecuaciones de nodos en forma matricial para el siguiente circuito si la tierra está en el nodo C y R_{AC}=2, R_{BC}= 4 y R_{DC} = 1 y k =3. (Ayuda: en tierra también se cumple KCL).



Solución:

El nodo c es tierra por tanto $V_C = 0$. Tenemos entonces tres incógnitas y debemos buscar tres ecuaciones.

Restricciones:

$$V_A - V_D = 5$$
$$V_D - V_B = 10$$

Ya tenemos dos ecuaciones. La tercera sale del nodo C:

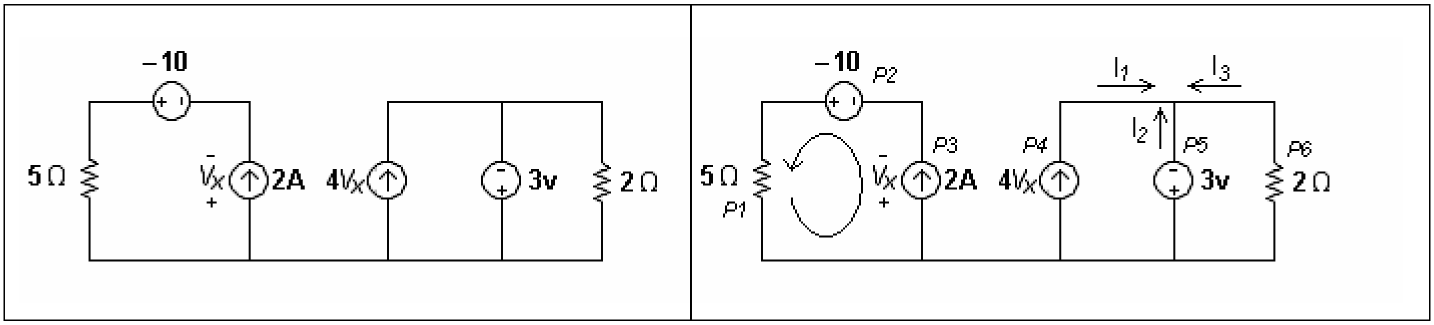
$$\frac{V_{DC}}{1} + \frac{V_{BC}}{4} + \frac{V_{AC}}{2} = 0$$

En forma matricial tenemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3. **(30/100) P**ara el siguiente circuito:

   a. **(15)** Calcular la potencia disipada por cada elemento.
   b. **(15)** Comprobar el principio de conservación de potencia.



Solución:

Parte a:

Primero necesitamos conocer Vx.

Haciendo la malla tenemos:

$$V_X - (-10) + 5 \cdot 2 = 0$$
$$V_X = -20$$

Haciendo la ecuación del nodo tenemos:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$
$$4V_X + I_2 + \frac{3}{2} = 0$$
$$I_2 = 78.5$$

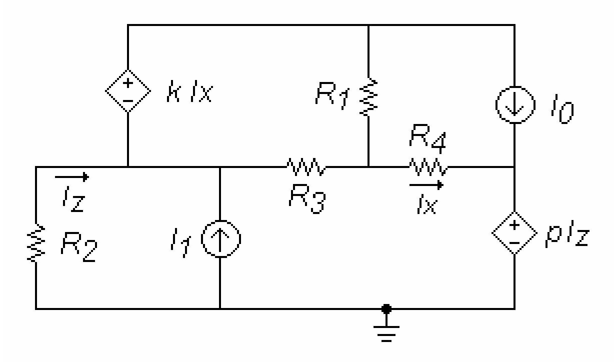
Cálculo de las potencias **absorbidas**:

$$P1 = (I_R)^2 R = (2)^2 \cdot 5 = 20W$$
$$P2 = V \cdot I = -(-10) \cdot 2 = 20W$$
$$P3 = V \cdot I = -20 \cdot 2 = -40W$$
$$P4 = V \cdot I = 3 \cdot 4V_X = 3 \cdot 4(-20) = -240W$$
$$P5 = V \cdot I = 3 \cdot 78.5 = 235.5W$$
$$P6 = \frac{(V_R)^2}{R} = \frac{(3)^2}{2} = 4.5W$$

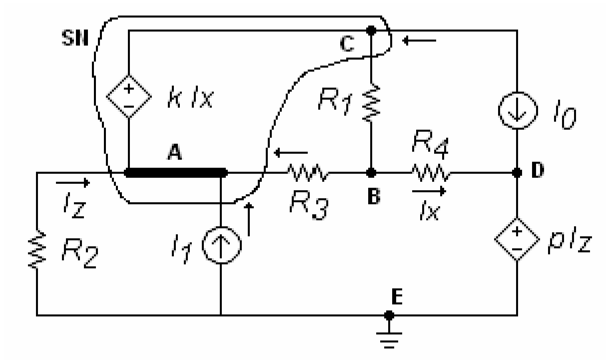
Parte b:

$$\sum_{i=1}^{5} P_i = 0 = P1 + P2 + P3 + P4 + P5 + P6 = 20 + 20 - 40 - 240 + 235.5 + 4.4 = 0$$

4. **(30/100)** Escribir las ecuaciones de nodos en forma matricial para el siguiente circuito.



Solución:



Tenemos cinco nodos (A-E). Como el nodo e es tierra nos quedan cuatro por calcular: A, B, C y D. Por tanto requerimos cuatro ecuaciones.
Las dos fuentes de voltaje nos dan dos restricciones (dos ecuaciones), el Supernodo nos da otra ecuación y la última la sacamos haciendo KCL en el nodo B.

Para las restricciones de las fuentes de voltaje tenemos:

$$V_C - V_A = kI_X$$

$$V_D - V_E = pI_Z = V_D$$

Las variables controladoras son:

$$I_X = \frac{V_B - V_D}{R_4}$$

$$I_Z = \frac{V_E - V_A}{R_2} = \frac{-V_A}{R_2}$$

Reemplazando estas dos últimas en las dos primeras tenemos:

$$pI_Z = V_D = \frac{-V_A}{R_2}$$

$$\frac{V_A}{R_2} + V_D = 0 \quad (1)$$

y

$$V_C - V_A = kI_X = k\left(\frac{V_B - V_D}{R_4}\right)$$

$$V_A + \frac{k}{R_4}V_B - V_C - \frac{k}{R_4}V_D = 0 \quad (2)$$

Nodo B:

$$\frac{V_A - V_B}{R_3} + \frac{V_D - V_B}{R_4} + \frac{V_C - V_B}{R_1} = 0$$

$$-\frac{V_A}{R_3} + V_B\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) - \frac{V_C}{R_1} - \frac{V_D}{R_4} = 0 \quad (3)$$

Supernodo:

$$\frac{0 - V_A}{R_2} + \frac{V_B - V_C}{R_1} + \frac{V_B - V_A}{R_3} + I_1 - I_0 = 0$$

$$-V_A\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) + V_B\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) - \frac{V_C}{R_1} = I_0 - I_1 \quad (4)$$

En forma matricial las ecuaciones 1 a 4 quedan:

$$\begin{bmatrix} \frac{p}{R_2} & 0 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{k}{R_4} & -1 & -\frac{k}{R_4} \\ -\frac{1}{R_3} & \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) & -\frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_4} \\ \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) & \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) & -\frac{1}{R_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \\ V_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_0 - I_1 \end{bmatrix}$$