PARCIAL 3 - FUNDAMENTOS DE CIRCUITOS – SEC 04 - 03/05/2005

NOMBRE: ____ CODIGO: ____________________

DURACION: 80 MIN. NO SE PERMITE EL USO DE APUNTES NI LIBROS.
SE PERMITE EL USO DE CALCULADORA.

1. **(20/100)** Para el circuito de la Figura 1 encontrar

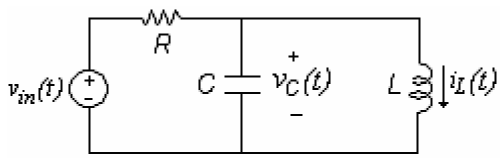

Figura 1

a. **(15)** La ecuación diferencial para i_L. Ver Figura 2

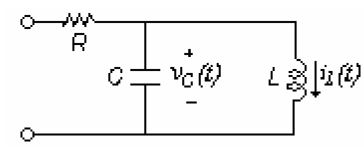

Figura 2

$$L // C : \frac{\frac{1}{CD}\cdot LD}{\frac{1}{CD}+LD} = \frac{LD}{1+LCD^2}$$

$$i_L = \frac{v_L}{Z_L} = \frac{v_{in}\cdot\left(\frac{\frac{LD}{1+LCD^2}}{R+\frac{LD}{1+LCD^2}}\right)}{LD} = v_{in}\cdot\frac{\frac{LD}{1+LCD^2}}{LD\cdot\left(R+\frac{LD}{1+LCD^2}\right)} = v_{in}\cdot\frac{1}{R\left(1+LCD^2\right)+LD} = \frac{v_{in}}{RLCD^2+LD+R}$$

$$\left(RLCD^2+LD+R\right)\cdot i_L = v_{in}$$

$$\left(D^2+\frac{1}{RC}D+\frac{1}{LC}\right)\cdot i_L = \frac{v_{in}}{RLC}$$

$$\boxed{\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2}+\frac{1}{RC}\frac{di_L(t)}{dt}+\frac{1}{LC}i_L(t)=\frac{v_{in}}{RLC}}$$

b. **(5)** v_C'(0+) e i_L'(0+) si la condiciones iniciales son v_C(0-) = Vco o i_L(0-)= I_Lo.

(i) $i_L'(0)$

Por continuidad en *C* y *L:* $v_c\left(0^-\right)=V_{C0}=v_c\left(0^+\right)$ y $I_L\left(0^-\right)=I_{L0}=I_L\left(0^+\right)$

$$v_C(t)=v_L(t)=L\frac{di_L(t)}{dt}=Li'_L(t) \quad \Rightarrow \qquad i'_L(t)=\frac{1}{L}v_C(t)$$

$$i'_L(0)=\frac{1}{L}v_C(0)$$

$$\boxed{i'_L(0)=\frac{1}{L}V_{C0}}$$

(ii) $v'_c(0^+)$

$$i_C(t)=C\frac{dV_C(t)}{dt}$$

$$v'_c(t)=\frac{dV_C(t)}{dt}=\frac{1}{C}i_C(t)=\frac{1}{C}\left[i_R(t)-i_L(t)\right]=\frac{1}{C}\left[\frac{v_{in}(t)-v_C(t)}{R}-i_L(t)\right]$$

$$\boxed{v'_c(0)=\frac{1}{C}\left[\frac{v_{in}(0)-v_{C0}}{R}-i_{L0}\right]}$$

2. **(30/100)** Para el circuito de la Figura 3 con entrada AC encontrar:

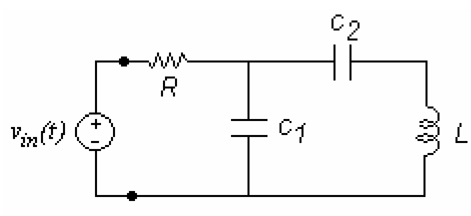

Figura 3

a. **(10)** la impedancia vista por la fuente.

$$Z=R+\left(\frac{1}{j\omega C_1}\right)//\left(j\omega L+\frac{1}{j\omega C_2}\right)=R+\frac{\left(\frac{1}{j\omega C_1}\right)\cdot\left(j\omega L+\frac{1}{j\omega C_2}\right)}{\frac{1}{j\omega C_1}+j\omega L+\frac{1}{j\omega C_2}}=R+\frac{(j\omega L)(j\omega C_2)+1}{j\omega C_2+j\omega C_1+j\omega L\left(-\omega^2C_1C_2\right)}$$

$$=R+\frac{1-\omega^2LC_2}{j\cdot\left[-\omega^3LC_1C_2+\omega(C_2+C_1)\right]}=R+\frac{1-\omega^2LC_2}{-j\omega\cdot\left[\omega^2LC_1C_2-(C_1+C_2)\right]}$$

$$=R+j\frac{1-\omega^2LC_2}{\omega\cdot\left[\omega^2LC_1C_2-(C_1+C_2)\right]}$$

b. **(10)** la frecuencia de resonancia en función de w, R, C1, C2 y L.

$$Z=R(\omega)+jX(\omega)$$

$$X(\omega)=0=\frac{1-\omega^2LC_2}{\omega\cdot\left[\omega^2LC_1C_2-(C_1+C_2)\right]} \quad \Rightarrow \qquad \omega_r=\frac{1}{\sqrt{LC_2}}$$

c. **(10)** Graficar el comportamiento del voltaje en *R* como función de la frecuencia.

En la Figura 4 se puede ver el circuito de la Figura 3 para DC y para frecuencias altas. De acuerdo con esos dos circuitos el comportamiento del voltaje en *R* es el que se presenta en la Figura 5.

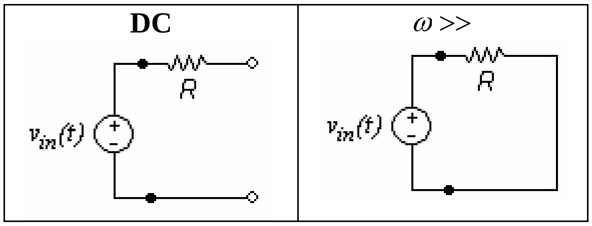

Figura 4

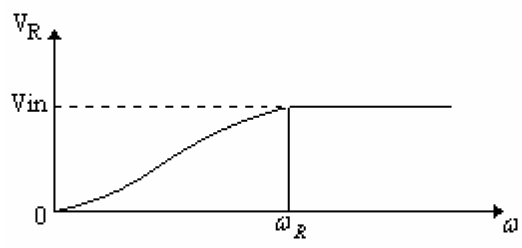

Figura 5. Comportamiento del voltaje en R

3. **(30/100)** En el circuito de la Figura 6 $i_S(t) = 4$ sen(4t) A y las condiciones iniciales son cero. Encuentre $i_C(t)$ en estado estable.

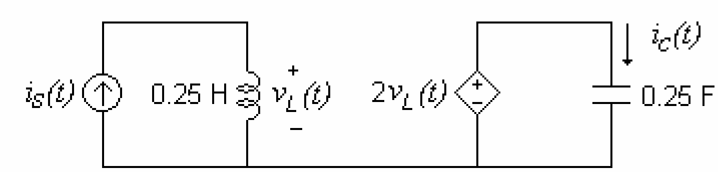

Figura 6

a. **(15)** Planteando las ecuaciones diferenciales y resolviendo

$$v_L = L\frac{di_L}{dt} = 0.25 \times \frac{d}{dt}(4sen(4t)) = \frac{d}{dt}(sen(4t)) = 4\cos(4t)$$

$$2v_L = 8\cos(4t)$$

$$i_C(t) = C\frac{dv_C}{dt} = 0.25 \times \frac{d}{dt}(8\cos(4t)) = 2\frac{d}{dt}(\cos(4t)) = -8sen(4t)$$

$$\boxed{i_C(t) = -8sen(4t) = 8\cos(4t + 90°)}$$

b. **(15)** Usando fasores

$$i_S(t) = 4sen(4t) = 4\cos(4t - 90°)$$

$$\mathbf{I}_S = 4\angle -90° = -j4 \qquad \omega = 4$$

$$\mathbf{V}_L = \mathbf{I}_S \times (j\omega L) = j\omega L \mathbf{I}_S = j(4 \times 0.25)(-j4) = 4 \times 4 \times 0.25 = 4\angle 0°$$

$$2\mathbf{V}_L = 8\angle 0° = 8 + j0$$

$$\mathbf{I}_C = \frac{\mathbf{V}_C}{Z_C} = \frac{2\mathbf{V}_L}{Z_C} = \frac{8}{\dfrac{1}{j(4\times 0.25)}} = \frac{8}{\dfrac{1}{j}} = 8j = 8\angle 90°$$

$$\boxed{\mathbf{I}_C = 8\angle 90°}$$

$$\boxed{i_C(t) = 8\cos(4t + 90°) = -8sen(4t)}$$

4. **(20/100)** Una fuente con voltaje v_S(t) = 10 cos(5t+40°) V alimenta una impedancia con |Z|=5Ω. Calcular i_S(t) si se sabe que el circuito opera a la frecuencia de resonancia. Debe mostrar y justificar todos los cálculos.

$$v_S(t) = 10\cos(5t + 40°)\,\mathrm{V} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V}_S = 10\angle 40° \quad \omega = 5$$

$$|Z| = 5\Omega$$

Si hay resonancia $\mathbf{V}_S$ está en fase con $\mathbf{I}_S$:

$$\mathbf{I}_S = I_s\angle 40° = \frac{\mathbf{V}_S}{Z} = \frac{10\angle 40°}{Z_m\angle\theta_Z} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} I_s = \dfrac{10}{|Z|} = \dfrac{10}{5} = 2 \\ 40° = 40° - \theta_Z \Rightarrow \theta_Z = 0° \end{array}$$

por tanto,

$$\boxed{\mathbf{I}_S = 2\angle 40° \quad \Rightarrow \quad i_S(t) = 2\cos(5t + 40°)}$$