Universidad de los Andes

Departamento de Física

Física 1
Ejercicios semana 2

Profesor: Gabriel Téllez

27 - 31 enero 2020

- Para resolver los ejercicios es indispensable haber leido todo el capítulo 1 del texto guía "Física Universitaria" de Young y Freedman, volumen 1.
- Entregar por escrito los ejercicios 1, 2, 3 y 4 resueltos al inicio de la clase complementaria.
- Resolver en la clase complementaria los ejercicios 5, 6, y 7, y entregarlos por escrito al final de la clase.

1. Convertir a sistema internacional: 431.0052 km/h, 128734 revoluciones/min, 2.2370 in^2, un ángulo de 88.99^o, un volumen de 3.2105 l, un área de 7.453 cm^2. Dar los resultados con el número de cifras significativas adecuadas acorde con la precisión de los datos proporcionados. Indicar las dimensiones (longitud (L), tiempo (T), masa (M)) de cada una de las cantidades anteriores. Se dan los siguientes factores de conversión 1 in = 2.54 cm, 1 l = 1 dm^3. Nota: los factores de conversión son exactos (es decir tienen precisión infinita).

2. Leer el folleto resumido (y opcionalmente el folleto completo) del sistema internacional de unidades SI de 2019 que se encuentra en:

   `https://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/`

   Imagine un sistema de unidades en que los valores numéricos de las 7 constantes definitorias se fijan a 1. A defecto de un mejor nombre, llamemos unidad natural de longitud (*unl*) la unidad de longitud de ese sistema, y de manera similar para el tiempo (unidad natural de tiempo, *unt*) y la masa (unidad natural de masa, *unm*). Calcular cuales son los factores de conversión de metros a *unl*, de kilogramos a *unm* y de segundos a *unt*.

3. En un sistema de coordenadas del plano cartesiano $(0xy)$, tenemos los siguientes vectores

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{A}} &= 12.34\,\hat{\mathbf{\imath}} + 10.32\hat{\mathbf{\jmath}}\\ \vec{\mathbf{B}} &= 10.28\,\hat{\mathbf{\imath}} - 9.95\hat{\mathbf{\jmath}}\end{aligned}$$

   a) Dibujar en un plano los vectores $\vec{\mathbf{A}}$, $\vec{\mathbf{B}}$, $\vec{\mathbf{A}}+\vec{\mathbf{B}}$, y $\vec{\mathbf{A}}-\vec{\mathbf{B}}$. Indicar la escala usada.

   b) Calcular $\vec{\mathbf{A}}+\vec{\mathbf{B}}$, $\vec{\mathbf{A}}-\vec{\mathbf{B}}$, $|\vec{\mathbf{A}}|$, $|\vec{\mathbf{B}}|$, $|\vec{\mathbf{A}}+\vec{\mathbf{B}}|$, $|\vec{\mathbf{A}}|+|\vec{\mathbf{B}}|$, $|\vec{\mathbf{A}}-\vec{\mathbf{B}}|$, $|\vec{\mathbf{A}}|-|\vec{\mathbf{B}}|$, y $\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}$.

   c) Determinar el ángulo que forman $\vec{\mathbf{A}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$. Ayuda: este ángulo se puede determinar con la ayuda del producto escalar $\vec{\mathbf{A}}\cdot\vec{\mathbf{B}}$.

   d) Determinar el ángulo que forman $\vec{\mathbf{A}}+\vec{\mathbf{B}}$ con el eje (Ox).

   Para los resultados que son vectores calcular explicitamente sus componentes. Dar sus resultados con un numero de cifras significativas coherente con los datos iniciales.

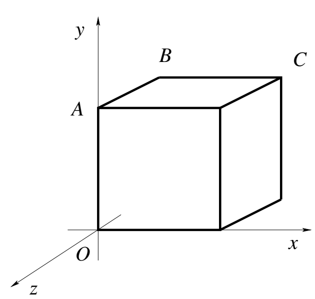
4. Teniendo particular cuidado con las cifras significativas, calcular:

$$9943587634584929375939284.93273998204383629243224 \times 2.2$$
$$2.3054838 \times 10^9 + 1.23 \times 10^7$$
$$998473634893643434.3487439843 \times 1.0$$
$$998473634893643434.3487439843 \times 1.00$$
$$998473634893643434.3487439843 \times 1.00000000$$
$$32233.4444 \times 0.33$$
$$0.004 \times 53 + 2.24$$
$$1.1 \times 2.22 \times 3.333$$
$$\frac{13453.6028 \times 23.34}{3.01} + 5.23$$

5. En las siguientes fórmulas v es una rapidez, es decir la norma de un vector velocidad, m una masa, x una coordenada de posición, $\vec{\mathbf{r}}$ un **vector** desplazamiento, $\vec{\mathbf{a}}$ un **vector** aceleración, y t un tiempo. Los vectores $\hat{\mathbf{i}}$ y $\hat{\mathbf{j}}$ son vectores unitarios. Analice las dimensiones y el carácter vectorial o escalar de las siguientes ecuaciones e indique cuales no pueden ser correctas dimensionalmente.

$$x = vt^2 \sin(|\vec{\mathbf{r}}|/(v^2 t)) + |\vec{\mathbf{a}}|t^2 e^{-v^2/(t|\vec{\mathbf{a}}|)^2} \quad (1)$$
$$v^2 = |\vec{\mathbf{a}}|^2 t^2 + xt^2\hat{\mathbf{i}} \quad (2)$$
$$v = \vec{\mathbf{a}}t \quad (3)$$
$$\vec{\mathbf{r}} = x\hat{\mathbf{i}} + vt\hat{\mathbf{j}} \quad (4)$$
$$\vec{\mathbf{r}} = x + vt \quad (5)$$
$$mv^2 = maxe^{-\vec{\mathbf{a}}t+vt} \quad (6)$$
$$\vec{\mathbf{r}} = 1.2\,\mathrm{m/s}\;\hat{\mathbf{i}} + 5.5\,\mathrm{m/s}\;\hat{\mathbf{j}} \quad (7)$$
$$\vec{\mathbf{r}} = \sqrt{(1.2)^2 + (5.5)^2}\,\mathrm{m/s} \quad (8)$$
$$|\vec{\mathbf{r}}| = \sqrt{(1.2)^2 + (5.5)^2} \quad (9)$$
$$|\vec{\mathbf{r}}| = \sqrt{(1.2\,\mathrm{m/s}\;)^2 + (5.5)^2\mathrm{m^2s^{-2}}} \quad (10)$$
$$|\vec{\mathbf{r}}| = \sqrt{(1.2)^2 + (5.5)^2}\,\mathrm{m/s} \quad (11)$$

6. Considere el cubo, de lado L, mostrado en la figura.



a) Expresar en componentes los vectores $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ y $\overrightarrow{OC}$.

b) Calcular las normas $\left|\overrightarrow{OA}\right|$, $\left|\overrightarrow{OB}\right|$ y $\left|\overrightarrow{OC}\right|$.

c) Con ayuda del producto escalar, determinar el ángulo entre la arista OA y la diagonal OC.

d) Determinar el ángulo entre la diagonal OB y la diagonal OC.

7. **Cálculo de incertidumbre.** *Ejercicio de desafío (opcional).* Se mide una cantidad a y se obtiene un resultado aproximado a_m con una cierta incertidumbre Δa, de modo que escribimos $a = a_m \pm \Delta a$, e igualmente con otra cantidad $b = b_m \pm \Delta b$. La incertidumbre se supone pequeña con respecto al valor medido: $\Delta a \ll a_m$ y $\Delta b \ll b_m$. Se llama *incertidumbre relativa* o *incertidumbre porcentual* de a la cantidad $\frac{\Delta a}{a_m}$, que igualmente se puede definir para b: $\frac{\Delta b}{b_m}$.

   a) Calcular formalmente el producto ab, encontrar el valor aproximado de este producto y su incertidumbre porcentual. En este punto se pide dar un resultado formal, y no un resultado numérico.

   b) Ejemplo: si $a_m = 1.034123$, $\Delta a = 0.000002$, $b_m = 7.0442$, $\Delta b = 0.0001$, calcular ab, su valor aproximado y su incertidumbre porcentual numéricamente.

   c) Con el ejemplo anterior, comprobar que $(\frac{\Delta a}{a_m})^2 \ll \frac{\Delta a}{a_m}$, $(\frac{\Delta b}{b_m})^2 \ll \frac{\Delta b}{b_m}$, $\frac{\Delta a}{a_m}\frac{\Delta b}{b_m} \ll \frac{\Delta a}{a_m}$ y $\frac{\Delta a}{a_m}\frac{\Delta b}{b_m} \ll \frac{\Delta b}{b_m}$.

   d) Usando lo anterior, mostrar que la incertidumbre porcentual del producto ab es aproximadamente la suma de las incertidumbres porcentuales de a y b:

$$\frac{\Delta(ab)}{a_m b_m} = \frac{\Delta a}{a_m} + \frac{\Delta b}{b_m} \tag{12}$$

   e) Comparar este resultado con la fórmula que da la derivada de un producto de dos funciones.