

Modelos exactamente solubles en mecánica estadística de sistemas de Coulomb

Gabriel Téllez



Grupo de Física Teórica de la Materia Condensada
Departamento de Física
Bogotá, Colombia
gtellez@uniandes.edu.co

Conferencia de posesión como Miembro Correspondiente de la
Academia Colombiana de Ciencias, Exactas, Físicas y Naturales, 13
marzo 2013, Bogotá, Colombia.

Contenido

1 Introducción

2 Sistemas de Coulomb

3 El plasma de dos componentes bidimensional

- Generalidades
- Equivalencia con un problema cuántico
- Teoría de campos de sine-Gordon

4 Algunos resultados

- En el punto libre $\Gamma = 2$
- Aproximación de campo medio
- Resultados exactos más allá de campo medio y $\Gamma < 2$

5 El plasma de un componente

Contenido

1 Introducción

2 Sistemas de Coulomb

3 El plasma de dos componentes bidimensional

- Generalidades
- Equivalencia con un problema cuántico
- Teoría de campos de sine-Gordon

4 Algunos resultados

- En el punto libre $\Gamma = 2$
- Aproximación de campo medio
- Resultados exactos más allá de campo medio y $\Gamma < 2$

5 El plasma de un componente

Modelos exactamente solubles en física estadística

- Modelos sobre red: Modelo de Ising 2D (Onsager, 1944), modelos de hielo, modelos de vértices ...
- Modelos de fluidos (2D): plasma de dos componentes, plasma de un componente.

Modelos exactamente solubles en física estadística

Interés de los modelos solubles:

- Sirven como prototipo para entender propiedades generales de un sistema.
- Los resultados exactos dan una base para comparar y validar teorías aproximadas.
- Revelan nuevas e interesantes estructuras matemáticas.
- Presentan equivalencias o reformulaciones que permiten describir distintos sistemas físicos.

Contenido

1 Introducción

2 Sistemas de Coulomb

3 El plasma de dos componentes bidimensional

- Generalidades
- Equivalencia con un problema cuántico
- Teoría de campos de sine-Gordon

4 Algunos resultados

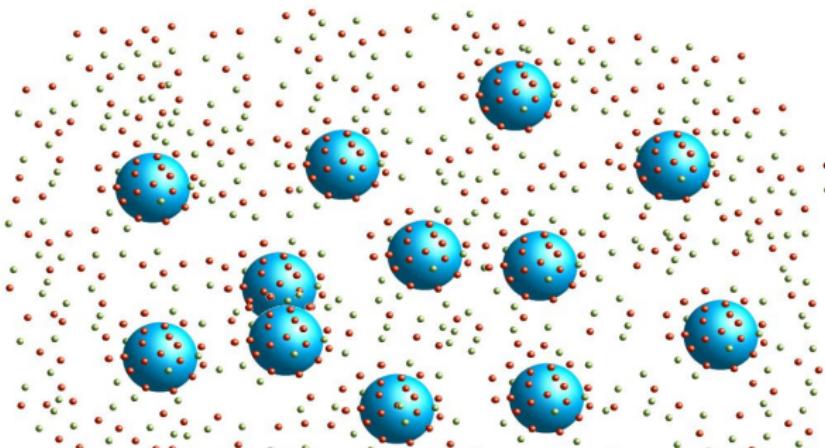
- En el punto libre $\Gamma = 2$
- Aproximación de campo medio
- Resultados exactos más allá de campo medio y $\Gamma < 2$

5 El plasma de un componente

Sistemas de Coulomb

Son sistemas compuestos por muchas partículas cargadas eléctricamente que interactúan entre ellas:

- Plasmas
- Electrolitos
- Coloides estabilizados por carga



Interacción de Coulomb

Ley de Poisson

$$\Delta v(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = s_d \delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$$

Potencial de Coulomb

$$v(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \begin{cases} -\ln \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{L}, & d = 2 \\ \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, & d = 3. \end{cases}$$

Contenido

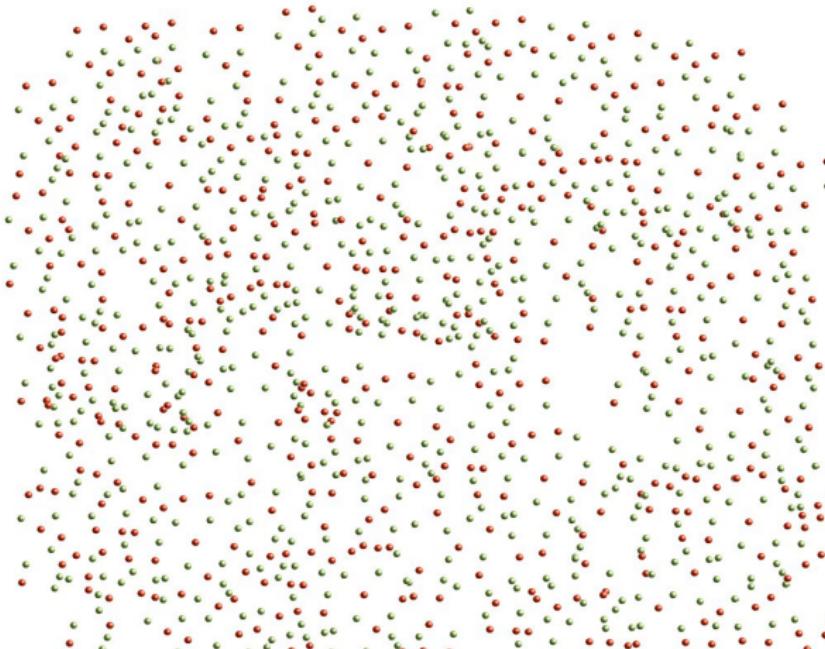
- 1 Introducción
- 2 Sistemas de Coulomb
- 3 El plasma de dos componentes bidimensional
 - Generalidades
 - Equivalencia con un problema cuántico
 - Teoría de campos de sine-Gordon
- 4 Algunos resultados
 - En el punto libre $\Gamma = 2$
 - Aproximación de campo medio
 - Resultados exactos más allá de campo medio y $\Gamma < 2$
- 5 El plasma de un componente

Contenido

- 1 Introducción
- 2 Sistemas de Coulomb
- 3 El plasma de dos componentes bidimensional
 - Generalidades
 - Equivalencia con un problema cuántico
 - Teoría de campos de sine-Gordon
- 4 Algunos resultados
 - En el punto libre $\Gamma = 2$
 - Aproximación de campo medio
 - Resultados exactos más allá de campo medio y $\Gamma < 2$
- 5 El plasma de un componente

El plasma de dos componentes bidimensional

Sistema con dos tipos de partículas con cargas opuestas $+q$, $-q$.



El plasma de dos componentes bidimensional

Energía potencial:

$$\begin{aligned} H &= \sum_{1 \leq i < j \leq N_+} q_+^2 v(\mathbf{r}_i^+, \mathbf{r}_j^+) + \sum_{1 \leq i < j \leq N_-} q_-^2 v(\mathbf{r}_i^-, \mathbf{r}_j^-) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{N_+} \sum_{j=1}^{N_-} q_+ q_- v(\mathbf{r}_i^+, \mathbf{r}_j^-) \\ &= \frac{1}{2} \int \rho(\mathbf{r}) v(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}' = \frac{1}{2} (\rho, v\rho) \end{aligned}$$

Física estadística

- Probabilidad de una configuración $e^{-H/(k_B T)}$
- Función de partición gran canónica:

$$\Xi(T, V, \zeta) = \sum_{N_+=0}^{+\infty} \sum_{N_-=0}^{+\infty} \frac{\zeta_+^{N_+} \zeta_-^{N_-}}{N_+! N_-!} \int e^{-H/(k_B T)} \prod_{i=1}^{N_+} d\mathbf{r}_i^+ \prod_{j=1}^{N_-} d\mathbf{r}_j^-$$

- Termodinámica:

$$p = k_B T \partial \ln \Xi / \partial V \text{ (presión)}$$

$$U = k_B T^2 \partial \ln \Xi / \partial T \text{ (energía interna)}$$

$$N = \zeta \partial \ln \Xi / \partial \zeta \text{ (número de partículas)}$$

Estabilidad

Constante de acoplamiento

$$\Gamma = \frac{q^2}{k_B T} = \frac{\text{energía electrostática}}{\text{energía térmica}}$$

El plasma es estable contra el colapso de partículas de signo opuesto si

$$\Gamma < 2 \quad (k_B T > 2q^2)$$

Invariancia de escala y ecuación de estado

- Dilatar las distancias sólo cambia la energía potencial en un factor aditivo.

$$v(A\mathbf{r}, A\mathbf{r}') = -\ln \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{L} - \ln A$$

- La densidad n solo juega un rol trivial: únicamente da la escala para medir las distancias.
- La dependencia en volumen V de la función de partición se determina fácilmente, ésta es entonces sólo función de T y de la combinación $zV^{1-\frac{\Gamma}{4}}$, con $z = \zeta L^{\Gamma/2}$.
- La ecuación de estado es entonces:¹

$$p = k_B T \left(1 - \frac{\Gamma}{4}\right) n$$

¹Salzberg, Prager, J. Chem. Phys. 38, 2587 (1963).

Contenido

- 1 Introducción
- 2 Sistemas de Coulomb
- 3 El plasma de dos componentes bidimensional
 - Generalidades
 - Equivalencia con un problema cuántico
 - Teoría de campos de sine-Gordon
- 4 Algunos resultados
 - En el punto libre $\Gamma = 2$
 - Aproximación de campo medio
 - Resultados exactos más allá de campo medio y $\Gamma < 2$
- 5 El plasma de un componente

- El problema inicial es un problema de física estadística de partículas clásicas (no-cuánticas) interactuando entre ellas y sometidas a agitación térmica a la temperatura $T \neq 0$.
- Este problema es equivalente a un problema de mecánica cuántica de muchas partículas pero a temperatura $T = 0$.

Transformación de Hubbard-Stratonovich

Basándose en la integral gaussiana

$$\langle e^{(B,\phi)} \rangle_0 = \frac{\int d\phi e^{-\frac{1}{2}(\phi, A\phi)} e^{(B,\phi)}}{\int d\phi e^{-\frac{1}{2}(\phi, A\phi)}} = e^{\frac{1}{2}(B, A^{-1}B)},$$

el factor de Boltzmann de la energía potencial ($\rho(\mathbf{r})$ = densidad de carga)

$$H = (\rho, v\rho) = \int \rho(\mathbf{r}) v(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}'$$

puede replantearse como el de un gas de partículas **independientes** que interactuan con un campo externo fluctuante $\phi(\mathbf{r})$,

$$e^{-\beta H} = \langle e^{-i\beta \sum_i q_i \phi(\mathbf{r}_i)} \rangle_0$$

El modelo de sine-Gordon

Esto lleva a equivalencia entre el plasma de dos componentes y la teoría de campos cuántica de sine-Gordon:

$$\Xi = \frac{\int \mathcal{D}\phi e^{-S(z)}}{\int \mathcal{D}\phi e^{-S(0)}}$$

con la acción de sine-Gordon

$$S(z) = - \int d\mathbf{r} \left[\frac{1}{16\pi} \phi(\mathbf{r}) \Delta \phi(\mathbf{r}) + 2z \cos(b\phi(\mathbf{r})) \right]$$

en donde $b^2 = \Gamma/4$.

Contenido

1 Introducción

2 Sistemas de Coulomb

3 El plasma de dos componentes bidimensional

- Generalidades
- Equivalencia con un problema cuántico
- Teoría de campos de sine-Gordon

4 Algunos resultados

- En el punto libre $\Gamma = 2$
- Aproximación de campo medio
- Resultados exactos más allá de campo medio y $\Gamma < 2$

5 El plasma de un componente

Teoría de campos clásica de sine-Gordon

- A nivel clásico el campo de sine-Gordon debe minimizar la acción, y satisface la ecuación

$$\Delta\phi(\mathbf{r}) = -16\pi z b \sin(b\phi(\mathbf{r}))$$

- El campo $\psi = -ib\phi/q$ satisface la ecuación de Poisson–Boltzmann que describe el problema de física estadística inicial en aproximación de campo medio.

Teoría de campos clásica de sine-Gordon

Si cambiamos las dos dimensiones espaciales por una de espacio y una de tiempo, la ecuación de sine-Gordon describe, por ejemplo, un sistema de péndulos acoplados que pueden presentar grandes oscilaciones transversales

Ondas de la teoría de sine-Gordon clásica

Solitones y antisolitones

Animaciones:

Georgiev DD, Papaioanou SN, Glazebrook JF. Biomed. Rev 2004 15: 67-75; Georgiev DD. CogPrints ID 3894

Ondas de la teoría de sine-Gordon clásica

Colisión solitón – antisolitón

Ondas de la teoría de sine-Gordon clásica

Dobletes (“*Breathers*”) : estados ligados de solitones

Simetrías

Cantidades conservadas en colisiones de ondas de sine-Gordon :

- Momentum
- Energía
- “Carga” = numero de giros que da la onda

Teoría de sine-Gordon cuántica

A nivel cuántico, las ondas teoría de sine-Gordon representan partículas con una energía (masa en reposo) bien determinada (cuantificada):^{2 3}

- Solitones y antisolitones de masa M .
- Dobletes (“breather”): Estados ligados solitón–antisolitón de masa

$$m_n = 2M \sin\left(\frac{n\pi\xi}{2}\right); \quad n = 1, 2, \dots < 1/\xi$$

con $\xi = b^2/(1 - b^2)$.

²Dashen, Hasslacher, Neveu, Phys. Rev. D **12**, 3424 (1975).

³Zamolodchikov, Zamolodchikov, Ann. Phys. **120**, 253 (1979).

Termodinámica del plasma de dos componentes

Gran potencial en función de la masa del “breather” más ligero.

$$\frac{1}{V} \ln \Xi = \frac{m_1^2}{8 \sin(\pi \xi)}.$$

De allí se obtienen las propiedades termodinámicas del plasma de dos componentes⁴

- Energía libre
- Entropía
- Energía interna y capacidad calorífica
- Funciones de correlación

⁴Šamaj, Travěnec, J. Stat. Phys. **101**, 713 (2000).

Contenido

1 Introducción

2 Sistemas de Coulomb

3 El plasma de dos componentes bidimensional

- Generalidades
- Equivalencia con un problema cuántico
- Teoría de campos de sine-Gordon

4 Algunos resultados

- En el punto libre $\Gamma = 2$
- Aproximación de campo medio
- Resultados exactos más allá de campo medio y $\Gamma < 2$

5 El plasma de un componente

Contenido

1 Introducción

2 Sistemas de Coulomb

3 El plasma de dos componentes bidimensional

- Generalidades
- Equivalencia con un problema cuántico
- Teoría de campos de sine-Gordon

4 Algunos resultados

- **En el punto libre $\Gamma = 2$**
- Aproximación de campo medio
- Resultados exactos más allá de campo medio y $\Gamma < 2$

5 El plasma de un componente

El punto fermiónico libre $\Gamma = 2$

Cuando $\Gamma = 2$, los solitones no interactúan entre ellos: la teoría de campos es una teoría libre (sin interacción).

Correcciones de talla finita

Journal of Statistical Physics, Vol. 82, Nos. 3/4, 1996

Coulomb Systems Seen as Critical Systems: Ideal Conductor Boundaries

B. Jancovici¹ and G. Téllez¹

Received March 27, 1995

When a classical Coulomb system has macroscopic conducting behavior, its grand potential has universal finite-size corrections similar to the ones which occur in the free energy of a simple critical system: the massless Gaussian field. Here, the Coulomb system is assumed to be confined by walls made of an ideal conductor material; this choice corresponds to simple (Dirichlet) boundary conditions for the Gaussian field. For a d -dimensional ($d \geq 2$) Coulomb system confined in a slab of thickness W , the grand potential (in units of $k_B T$) per unit area has the universal term $\Gamma(d/2) \zeta(d)/2^d \pi^{d/2} W^{d-1}$. For a two-dimensional Coulomb system confined in a disk of radius R , the grand potential (in units of $k_B T$) has the universal term $(1/6) \ln R$. These results, of general validity, are checked on two-dimensional solvable models.

KEY WORDS: Critical systems; finite-size effects; Coulomb systems; solvable models

Superficie con curvatura constante negativa

Journal of Statistical Physics, Vol. 91, Nos. 5/6, 1998

Two-Dimensional Coulomb Systems on a Surface of Constant Negative Curvature

B. Jancovici¹ and G. Téllez²

Received January 27, 1998

We study the equilibrium statistical mechanics of classical two-dimensional Coulomb systems living on a pseudosphere (an infinite surface of constant negative curvature). The Coulomb potential created by one point charge exists and goes to zero at infinity. The pressure can be expanded as a series in integer powers of the density (the virial expansion). The correlation functions have a thermodynamic limit, and remarkably that limit is the same one for the Coulomb interaction and some other interaction law. However, special care is needed for defining a thermodynamic limit of the free energy density. There are sum rules expressing the property of perfect screening. These generic properties can be checked on the Debye-Hückel approximation, and on two exactly solvable models, the one-component plasma and the two-component plasma, at some special temperature.

KEY WORDS: Pseudosphere; two-dimensional Coulomb systems; Coulomb potential; virial expansion; screening; exactly solvable models.

Sedimentación de coloides

8572 J. Chem. Phys. 106 (20), 22 May 1997

0021-9606/97/106(20)/8572/7/\$10.00

© 1997 American Institute of Physics

Two-component plasma in a gravitational field

Gabriel Téllez^{a)}

Laboratoire de Physique Théorique et Hautes Energies (Laboratoire associé au Centre National de la Recherche Scientifique—URA D0063), Université de Paris-Sud, 91405 Orsay, France

(Received 23 December 1996; accepted 19 February 1997)

In this paper we study a model for the sedimentation equilibrium of a charged colloidal suspension: the two-dimensional two-component plasma in a gravitational field which is exactly solvable at a special value of the reduced inverse temperature $\Gamma = 2$. The density profiles are computed. The heavy particles accumulate at the bottom of the container. If the container is high enough, an excess of light counterions form a cloud floating at some altitude. © 1997 American Institute of Physics. [S0021-9606(97)50520-4]

Películas de jabón

Journal of Statistical Physics, Vol. 108, Nos. 3/4, August 2002 (© 2002)

Solvable Model for Electrolytic Soap Films: The Two-Dimensional Two-Component Plasma

Gabriel Téllez¹ and Lina Merchán¹

Received December 13, 2001; accepted March 14, 2002

We study a toy model for electrolytic soap films, the two-dimensional two-component plasma. This model is exactly solvable for a special value of the coulombic coupling constant $\beta q^2 = 2$. This allows us to compute the disjoining pressure of a film and to study its stability. We found that the Coulomb interaction plays an important role in this stability. Also the adhesivity that measures the attraction of soap anions to the boundaries is very important. For large adhesivity the film is stable, whereas for small adhesivity a collapse could occur. We also study the density and correlations in the film. The charge density near the boundary shows a double layered profile. We show that the charge correlations verify a certain number of sum rules.

KEY WORDS: Coulomb systems; soap films; disjoining pressure; charge



Plasma con impurezas

J Stat Phys (2007) 129: 759–786

DOI 10.1007/s10955-007-9401-2

Two-Dimensional Two-Component Plasma with Adsorbing Impurities

Alejandro Ferrero · Gabriel Téllez

Abstract We study the behavior of the two-dimensional two-component plasma in the presence of some adsorbing impurities. Using a solvable model, we find analytic expressions for the thermodynamic properties of the plasma such as the n -body densities, the grand potential, and the pressure. We specialize in the case where there are one or two adsorbing point impurities in the plasma, and in the case where there are one or two parallel adsorbing lines. In the former case we study the effective interaction between the impurities, due to the charge redistribution around them. The latter case is a model for electrodes with adsorbing sticky sites on their surface.

Contenido

1 Introducción

2 Sistemas de Coulomb

3 El plasma de dos componentes bidimensional

- Generalidades
- Equivalencia con un problema cuántico
- Teoría de campos de sine-Gordon

4 Algunos resultados

- En el punto libre $\Gamma = 2$
- **Aproximación de campo medio**
- Resultados exactos más allá de campo medio y $\Gamma < 2$

5 El plasma de un componente

Resultados exactos para la ecuación de Poisson – Boltzmann

Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment
An IOP and SISSA journal

Exact asymptotic expansions for the cylindrical Poisson–Boltzmann equation

Gabriel Téllez¹ and Emmanuel Trizac^{2,3}

¹ Departamento de Física, Universidad de Los Andes, AA 4976, Bogotá, Colombia

² CNRS, Université Paris Sud, UMR 8626, LPTMS, Orsay Cedex, F-91405, France

³ Center for Theoretical Biological Physics, UC San Diego, 9500 Gilman Drive MC 0374, La Jolla, CA 92093-0374, USA

E-mail: gtellez@uniandes.edu.co and trizac@lptms.u-psud.fr

Received 24 February 2006

Accepted 2 June 2006

Published 28 June 2006

Apantallamiento de macromoléculas cilíndricas

PRL 96, 038302 (2006)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending
27 JANUARY 2006

Onsager-Manning-Oosawa Condensation Phenomenon and the Effect of Salt

Emmanuel Trizac

*Theoretical Biological Physics, UCSD, La Jolla, California 92093, USA,
and Physique Théorique et Modèles Statistiques, Université Paris-Sud, UMR CNRS 8626, Bâtiment 100, 91405 Orsay Cedex, France*

Gabriel Téllez

Departamento de Física, Universidad de Los Andes, Apartado Aéreo 4976, Bogotá, Colombia

(Received 4 July 2005; published 24 January 2006)

Making use of results pertaining to Painlevé III type equations, we revisit the celebrated Onsager-Manning-Oosawa condensation phenomenon for charged stiff linear polymers, in the mean-field approximation with salt. We obtain analytically the associated critical line charge density and show that it is severely affected by finite salt effects, whereas previous results focused on the no salt limit. In addition, we obtain explicit expressions for the condensate thickness and the electric potential. The case of asymmetric electrolytes is also briefly addressed.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.038302

PACS numbers: 82.35.Rs, 61.20.-p, 87.15.-v

Contenido

- 1 Introducción
- 2 Sistemas de Coulomb
- 3 El plasma de dos componentes bidimensional
 - Generalidades
 - Equivalencia con un problema cuántico
 - Teoría de campos de sine-Gordon
- 4 Algunos resultados
 - En el punto libre $\Gamma = 2$
 - Aproximación de campo medio
 - Resultados exactos más allá de campo medio y $\Gamma < 2$
- 5 El plasma de un componente

Comportamiento de las correlaciones a cortas distancias

 Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment
An IOP and SISSA journal

Short-distance expansion of correlation functions for charge-symmetric two-dimensional two-component plasma: exact results

Gabriel Téllez

Departamento de Física, Universidad de Los Andes, AA 4976, Bogotá, Colombia
E-mail: gtellez@uniandes.edu.co

Received 18 August 2005

Accepted 16 September 2005

Published 4 October 2005

Online at stacks.iop.org/JSTAT/2005/P10001
[doi:10.1088/1742-5468/2005/10/P10001](https://doi.org/10.1088/1742-5468/2005/10/P10001)

Abstract. We determine exactly the short-distance leading behaviour of the density correlation functions of a two-dimensional two-component charge-symmetric Coulomb gas composed of point particles, over the whole regime of stability where the Coulombic coupling $\beta < 2$. More generally, we compute the short-distance behaviour of the effective interaction potential between two external arbitrary charges Q_1 and Q_2 immersed in the plasma, for $\beta|Q_1| < 2$ and $\beta|Q_2| < 2$. We also find the short-distance asymptotics of the density profiles near a single external charge Q immersed in the plasma for $\beta|Q| < 2$.

Keywords: correlation functions, rigorous results in statistical mechanics

Gabriel Téllez

Modelos solubles

Relación presión – fugacidad

Journal of Statistical Physics, Vol. 126, No. 2, January 2007 (© 2006)

DOI: 10.1007/s10955-006-9251-3

Equation of State in the Fugacity Format for the Two-Dimensional Coulomb Gas

Gabriel Téllez¹

Received September 5, 2006; accepted October 26, 2006

Published Online: January 5, 2007

We derive the general form of the equation of state, in the fugacity format, for the two-dimensional Coulomb gas. Our results are valid in the conducting phase of the Coulomb gas, for temperatures above the Kosterlitz–Thouless transition. The derivation of the equation of state is based on the knowledge of the general form of the short-distance expansion of the correlation functions of the Coulomb gas. We explicitly compute the expansion up to order $O(\zeta^6)$ in the activity ζ . Our results are in very good agreement with Monte Carlo simulations at very low density.

KEY WORDS: Coulomb gas; equation of state; sine-Gordon model; exact results



Inversión de carga en electrolitos asimétricos

EUROPHYSICS LETTERS

15 December 2006

Europhys. Lett., **76** (6), pp. 1186–1192 (2006)

DOI: 10.1209/epl/i2006-10389-8

Charge inversion of colloids in an exactly solvable model

G. TÉLLEZ

Departamento de Física, Universidad de Los Andes - A.A. 4976, Bogotá, Colombia

received 12 June 2006; accepted in final form 20 October 2006

published online 23 November 2006

PACS. 82.70.Dd – Colloids.

PACS. 61.20.Gy – Theory and models of liquid structure.

PACS. 02.30.IK – Integrable systems.

Abstract. – We study a two-dimensional model for a long cylindrical stiff charged macroion immersed in a charge-asymmetric electrolyte with charge ratio $+2/-1$. The model is integrable and it allows an exact analytical determination of the effective charge of the macroion, which characterizes the electrostatic potential at large distances (compared to the screening length) from the macroion. At at high Coulombic coupling, this model predicts charge inversion: for a highly negatively charged macroion, the effective charge could become positive, indicating an overscreening of the macroion by the divalent counterions. By studying the behavior of the coions and counterions density profiles close to the macroion, we show that the counterion condensation threshold is shifted to a lower value in absolute value. This plays an important role in the charge inversion phenomenon.

Contenido

- 1 Introducción
- 2 Sistemas de Coulomb
- 3 El plasma de dos componentes bidimensional
 - Generalidades
 - Equivalencia con un problema cuántico
 - Teoría de campos de sine-Gordon
- 4 Algunos resultados
 - En el punto libre $\Gamma = 2$
 - Aproximación de campo medio
 - Resultados exactos más allá de campo medio y $\Gamma < 2$
- 5 El plasma de un componente

El plasma de un componente

J Stat Phys (2012) 148:824–855
DOI 10.1007/s10955-012-0551-5

Expanded Vandermonde Powers and Sum Rules for the Two-Dimensional One-Component Plasma

Gabriel Téllez · Peter J. Forrester

Abstract The two-dimensional one-component plasma (2dOCP) is a system of N mobile particles of the same charge q on a surface with a neutralizing background. The Boltzmann factor of the 2dOCP at temperature T can be expressed as a Vandermonde determinant to the power $\Gamma = q^2/(k_B T)$. Recent advances in the theory of symmetric and anti-symmetric Jack polynomials provide an efficient way to expand this power of the Vandermonde in their monomial basis, allowing the computation of several thermodynamic and structural properties of the 2dOCP for N values up to 14 and Γ equal to 4, 6 and 8. In this work we explore two applications of this formalism, to the study of the pair correlation function of the 2dOCP on the sphere, and the distribution of radial statistics of the 2dOCP in the plane. Also provided is a finite N approximation to the pair correlation on the sphere, and a sum rule for the constant term in the large N expansion of the moments of the density in the plane.