Clase 12

5/03/2013

Lecturas 22.7 - 22.9

Campo eléctrico de un dipolo

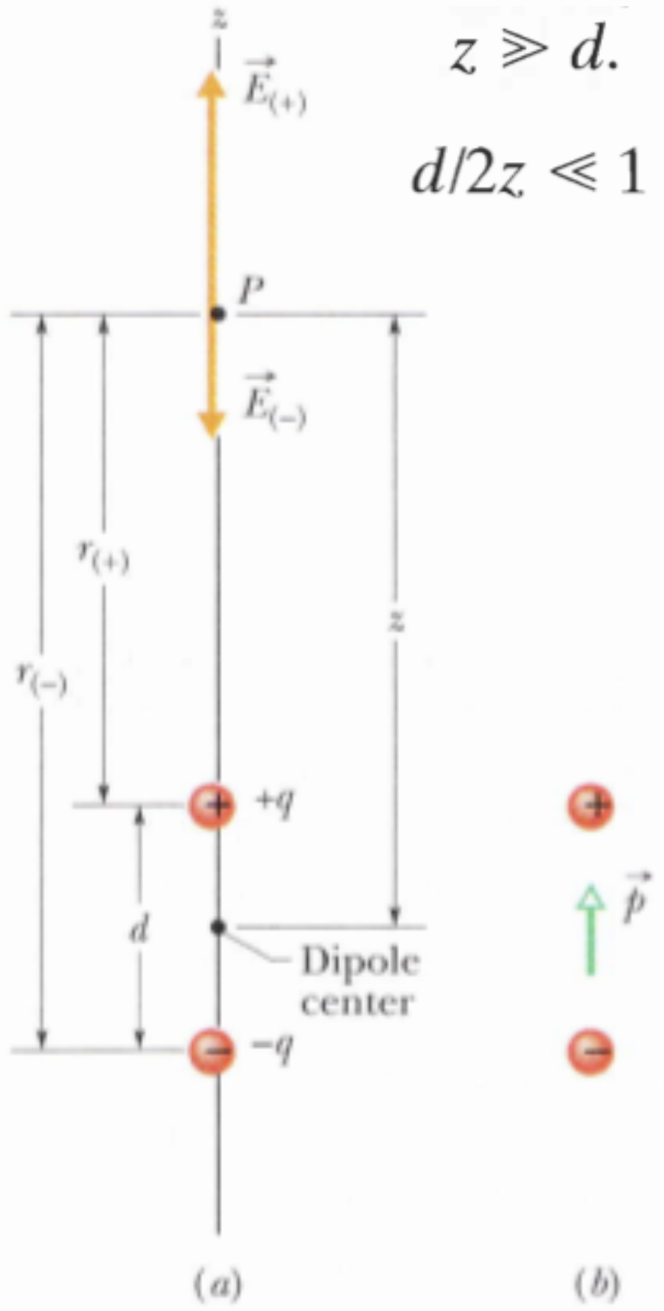
$z \gg d.$

$d/2z \ll 1$

$$E = E_{(+)} - E_{(-)}$$
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_{(+)}^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_{(-)}^2}$$
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(z - \frac{1}{2}d)^2} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(z + \frac{1}{2}d)^2}.$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}\left(\frac{1}{\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2} - \frac{1}{\left(1 + \frac{d}{2z}\right)^2}\right).$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}\frac{2d/z}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 z^3}\frac{d}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2}.$$



$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2} \frac{2d/z}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 z^3} \frac{d}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2}.$$

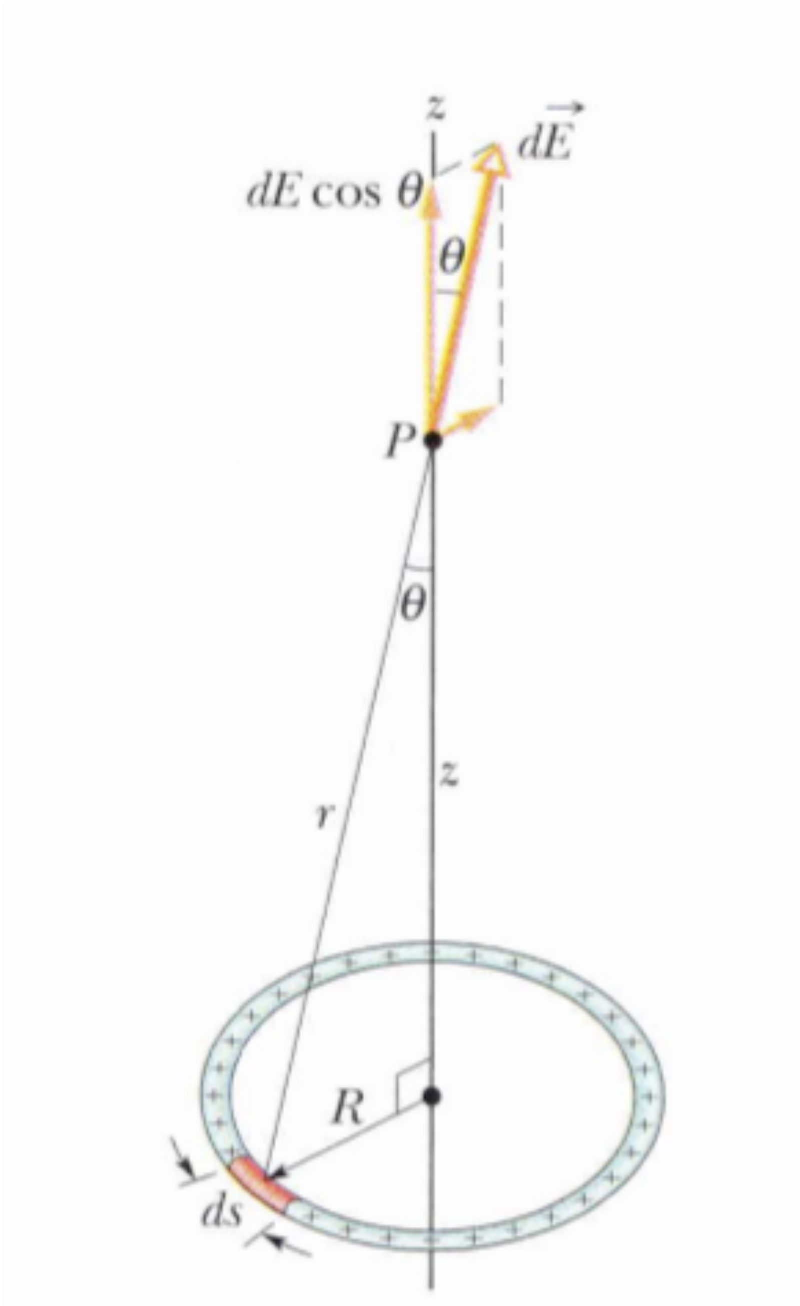
$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{qd}{z^3}.$$

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{p}{z^3}$$

p: momendo del dipolo

Campo eléctrico debido a una línea de carga

Name	Symbol	SI Unit
Charge	q	C
Linear charge density	λ	C/m
Surface charge density	σ	C/m^2
Volume charge density	ρ	C/m^3



Campo eléctrico debido a una línea de carga

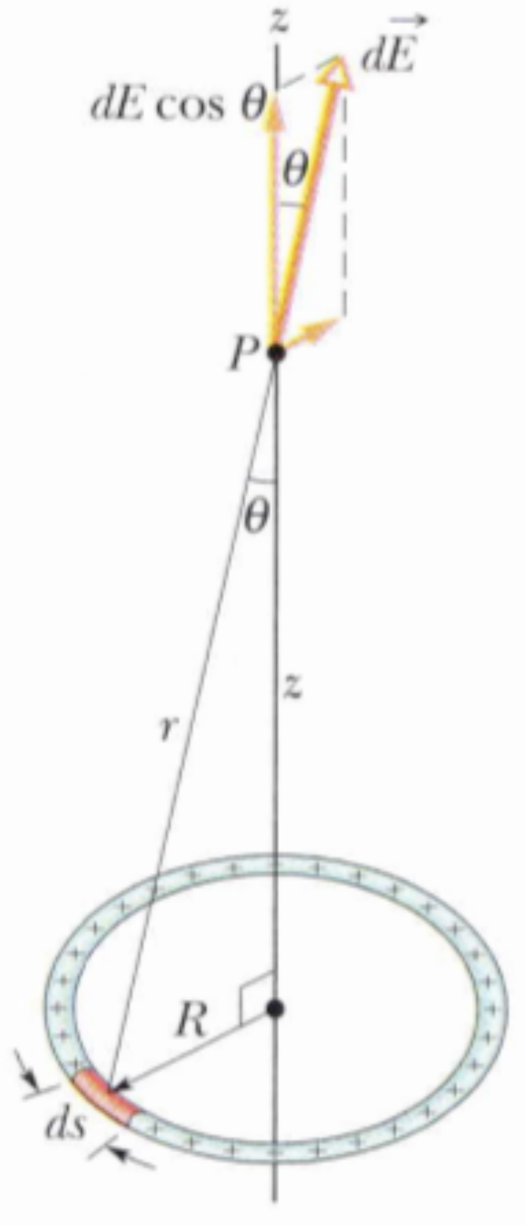
$$dq = \lambda\, ds.$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, ds}{r^2}.$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, ds}{(z^2 + R^2)}.$$

$$\cos\theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}}.$$

$$dE\cos\theta = \frac{z\lambda}{4\pi\varepsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}\, ds.$$



Campo eléctrico debido a una línea de carga

$$dE \cos\theta = \frac{z\lambda}{4\pi\varepsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}\, ds.$$

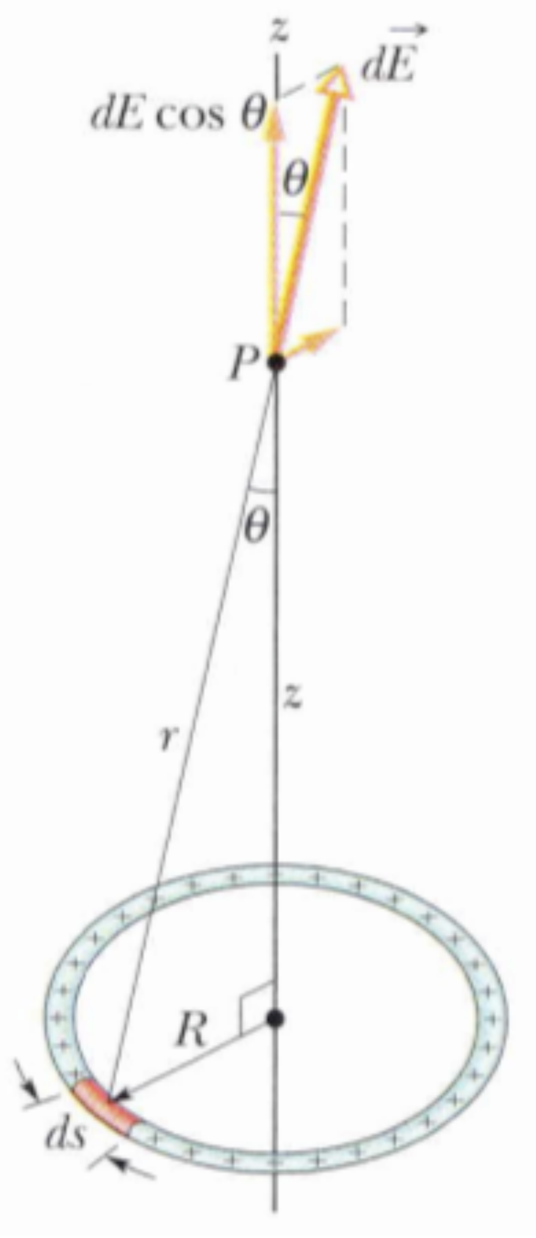
$$E = \int dE \cos\theta = \frac{z\lambda}{4\pi\varepsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} ds$$

$$= \frac{z\lambda(2\pi R)}{4\pi\varepsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}.$$

$$E = \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{z^2}$$

anillo cargado a gran distancia



Tácticas de resolución de problemas

1 Si la línea de carga es circular, sea ds la longitud de arco de un elemento de la distribución. Si la línea es recta, trace un eje x a lo largo de ella y sea dx la longitud de un elemento.

2 Relacione la carga dq del elemento con su longitud, ya sea con $dq=\lambda ds$ o $dq=\lambda\ dx$. Considere dq y λ positivos incluso si la carga es negativa.

3 Exprese el campo dE producido en P por dq con la ecuación

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\,\hat{r}$$

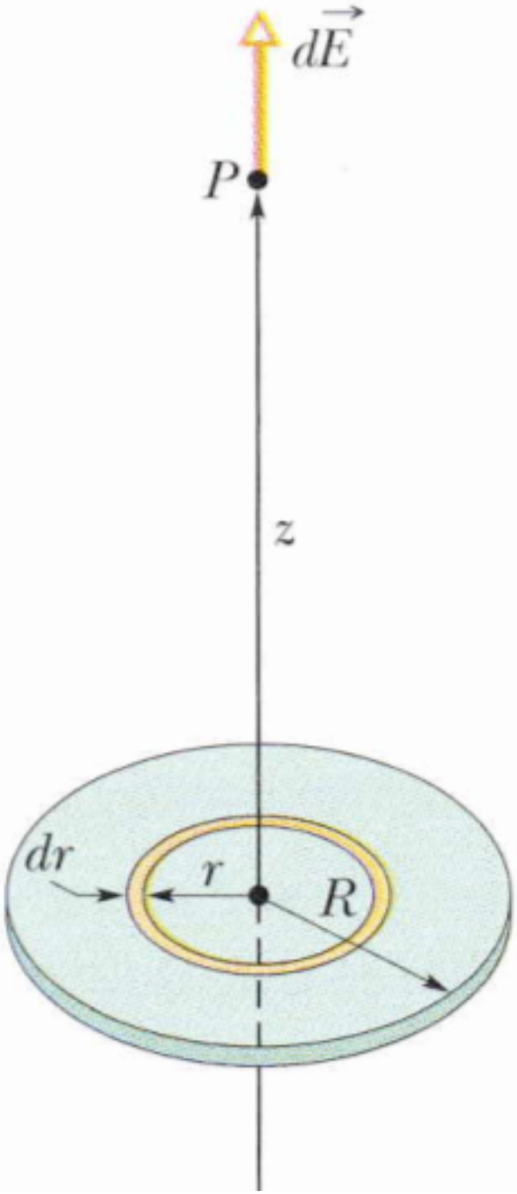
sustituyendo q. Tenga en cuenta el signo de la carga para la dirección de el vector de campo eléctrico.

Tácticas de resolución de problemas

4 Busque cualquier tipo de simetría para descomponer el campo y simplificar el cálculo del campo electrico resultante. Descomponer el campo en ejes perpendicular y paralelo al eje de simetría. Encontrar componentes que se cancelan y que se suman del campo eléctrico.

5 Cuatro tipos generales de distribucion uniforme de carga son: anillo, arco circular, línea recta con el punto P como una prolongación, línea recta con el punto P a una distancia perpendicular.

Campo eléctrico de un disco cargado



$$dq = \sigma\, dA = \sigma\,(2\pi r\, dr),$$

$$dE = \frac{z\sigma 2\pi r\, dr}{4\pi\varepsilon_0(z^2 + r^2)^{3/2}},$$

$$dE = \frac{\sigma z}{4\varepsilon_0}\frac{2r\, dr}{(z^2 + r^2)^{3/2}}.$$

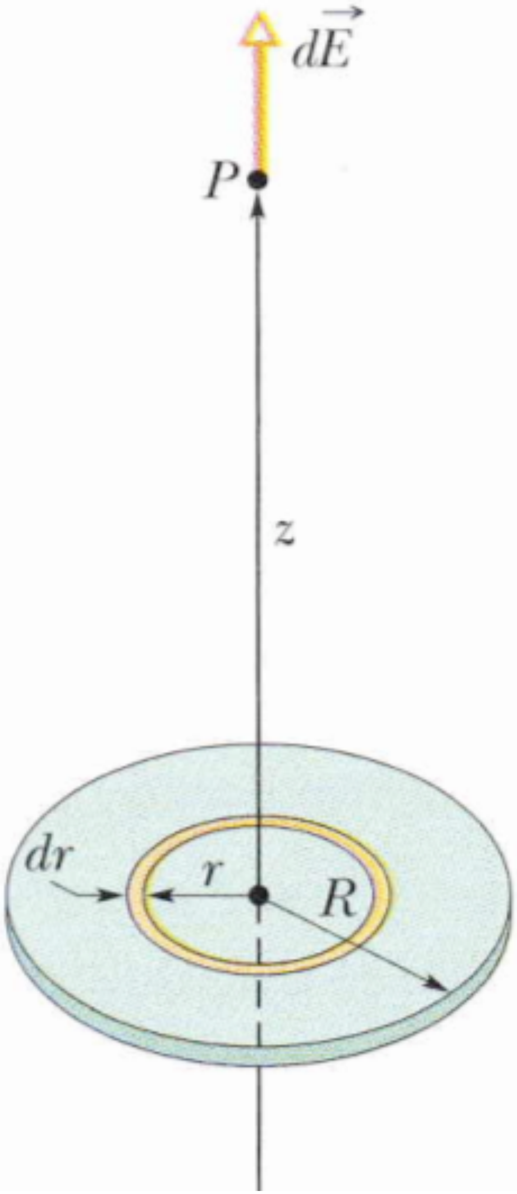
$$E = \int dE = \frac{\sigma z}{4\varepsilon_0}\int_0^R (z^2 + r^2)^{-3/2}(2r)\, dr.$$

$\int X^m\, dX$ $\quad X = (z^2 + r^2),$ $\quad m = -\frac{3}{2},$

$dX = (2r)\, dr.$

$$\int X^m\, dX = \frac{X^{m+1}}{m+1},$$

Campo eléctrico de un disco cargado



$$E = \int dE = \frac{\sigma z}{4\varepsilon_0} \int_0^R (z^2 + r^2)^{-3/2}(2r)\, dr.$$

$$E = \frac{\sigma z}{4\varepsilon_0} \left[\frac{(z^2 + r^2)^{-1/2}}{-\frac{1}{2}} \right]_0^R.$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}\right)$$

Si hacemos $R \rightarrow \infty$ manteniendo z finita

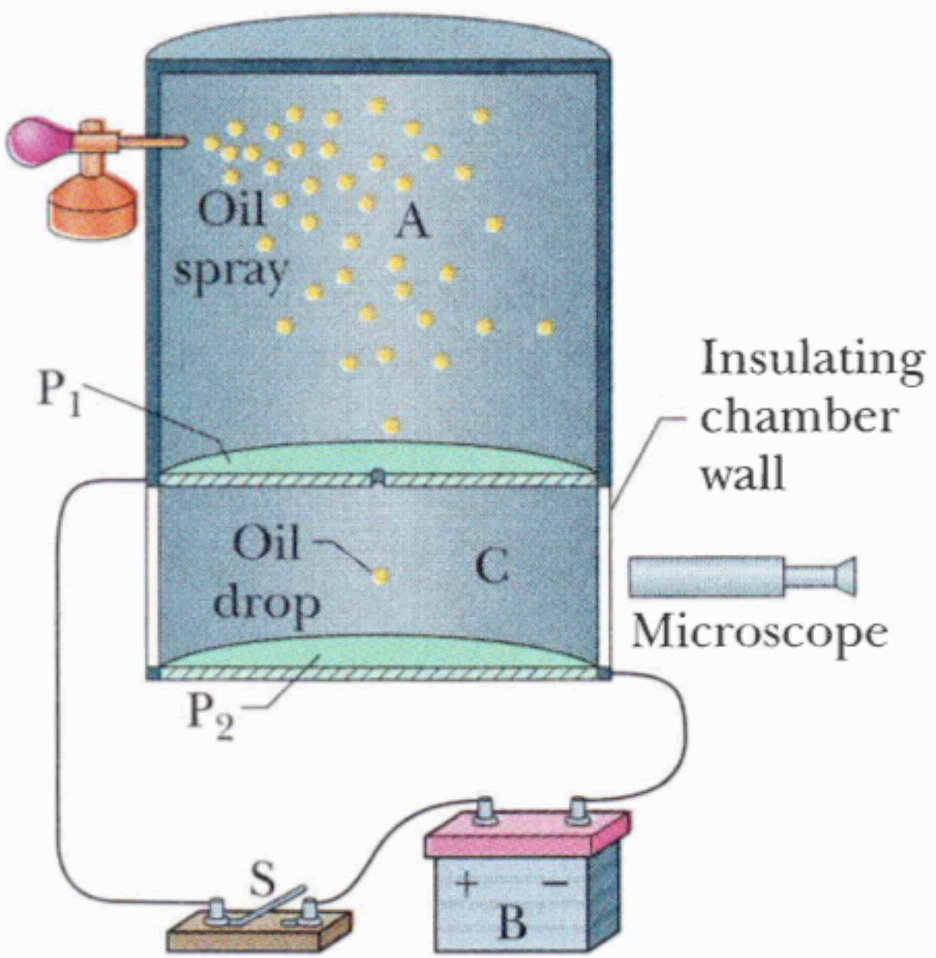
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Una carga puntual en un campo eléctrico

$$\vec{F} = q\vec{E},$$

La fuerza electrostática F que actúa sobre una partícula cargada ubicada en un campo eléctrico externo E, tiene la dirección de E si la carga q de la partícula es positiva y dirección opuesta si la carga es negativa.

Medición de la carga elemental



Experimento de
Robert Milikan en 1910-1913

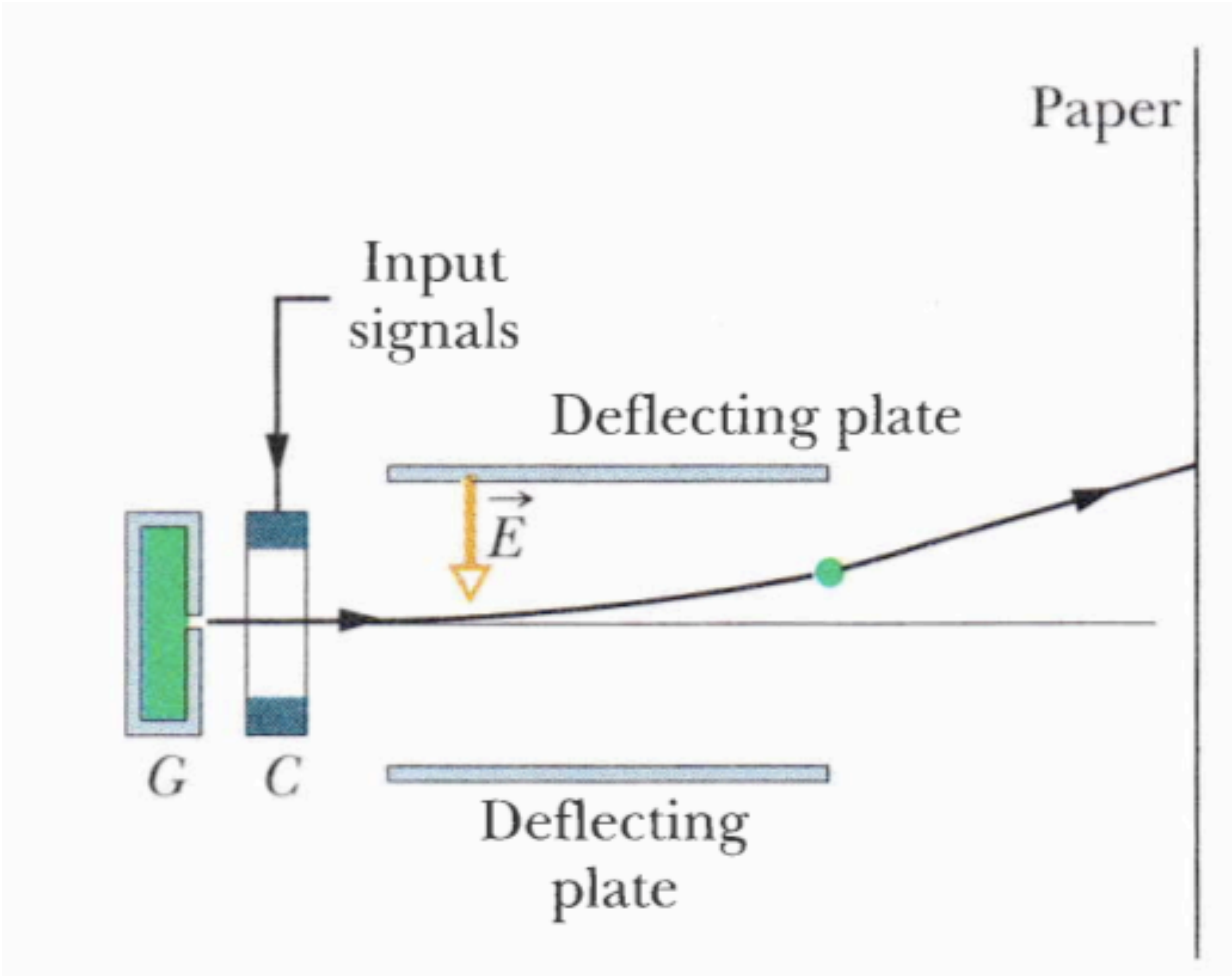
Premio Nobel 1923

$$q = ne,$$

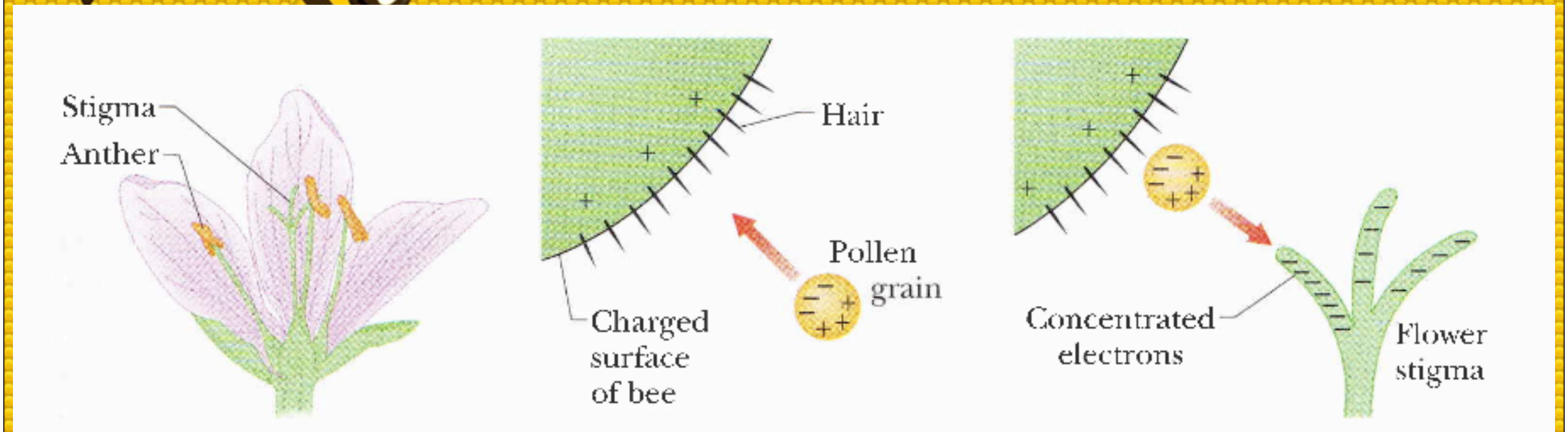
$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots,$$

Millikan Oil Drop Experiment

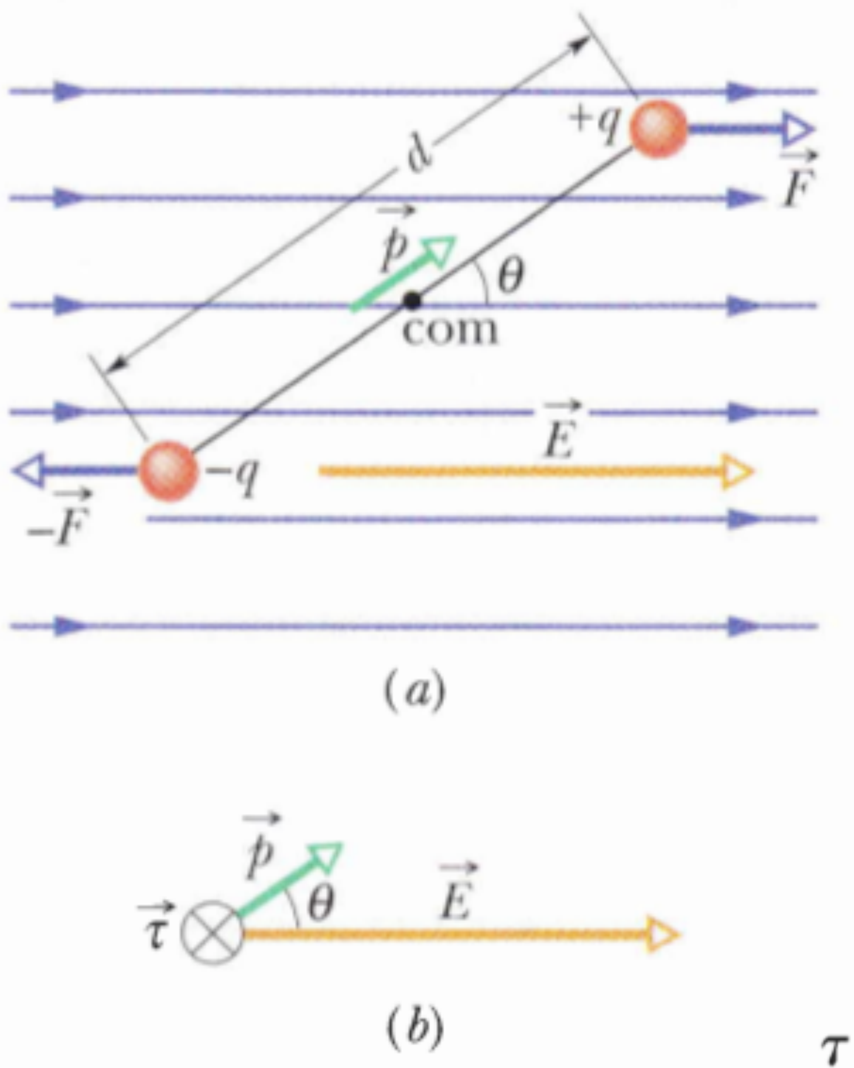
Impresión de inyección de tinta



Polinización electrostática



Un dipolo en un campo eléctrico



$$F = qE.$$

Torque $(\tau = rF\sin\phi),$

$$\tau = Fx\sin\theta + F(d-x)\sin\theta = Fd\sin\theta.$$

Momento dipolar $p = qd.$

$$\tau = pE\sin\theta.$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Energía potencial de un dipolo

$$(\Delta U = -W)$$

$$U = -W = -\int_{90^\circ}^{\theta} \tau \, d\theta = \int_{90^\circ}^{\theta} pE \sin \theta \, d\theta.$$

$$U = -pE \cos \theta.$$

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$